UNIVERSITÀ DI PAVIA

Anno Accademico 2021/2022

NONLINEAR DIFFUSION EQUATIONS

Anno immatricolazione	2021/2022
Anno offerta	2021/2022
Normativa	DM270
SSD	MAT/05 (ANALISI MATEMATICA)
Dipartimento	DIPARTIMENTO DI MATEMATICA 'FELICE CASORATI'
Corso di studio	MATEMATICA
Curriculum	PERCORSO COMUNE
Anno di corso	1°
Periodo didattico	Secondo Semestre (01/03/2022 - 10/06/2022)
Crediti	3
Ore	24 ore di attività frontale
Lingua insegnamento	INGLESE
Tipo esame	ORALE
Docente	AKAGI GORO (titolare) - 3 CFU
Prerequisiti	Si presuppongono noti i contenuti di Analisi Matematica forniti in un corso di laurea triennale oltre alle nozioni e ai risultati di base dell'Analisi Funzionale, inclusa in particolare la conoscenza delle nozioni fondamentali sugli spazi di Lebesgue e di Sobolev.
Obiettivi formativi	Il corso si propone di studiare alcuni problemi importanti che sorgono nello studio delle equazioni di diffusione di tipo evolutivo, legati in particolare alla regolarità delle soluzioni e al loro comportamento asintotico per tempi lunghi. Le nozioni teoriche saranno accompagnate da esempi ed esercizi.
Programma e contenuti	Saranno trattati alcuni dei seguenti argomenti (da concordare con gli studenti): 1. Diffusione lineare e non lineare 1.1. Modello di Fick

1.2. Richiami sulle equazioni di diffusione lineari
1.3. Modelli di diffusione non lineare
1.4. Soluzioni esplicite (Barenblatt, separazione delle variabili)

2. Soluzioni energetiche a equazioni di diffusione non lineari
2.1. Problema di Cauchy-Dirichlet
2.2. Semi-discretizzazione e analisi variazionale
2.3. Stime a priori e teoremi di convergenza
2.4. Estensione al problema di Cauchy

(in alternativa)
2b. Esistenza di soluzioni deboli a equazioni di diffusione non lineari
2.1. Problema di Cauchy-Dirichlet
2.2b. Approssimazione tramite la teoria parabolica quasilineare
2.3. Stime a priori e teoremi di convergenza
2.4. Estensione al problema di Cauchy

(in alternativa)
2c. Esistenza delle soluzioni per dati iniziali di crescita veloce (per esempio dati non integrabili di tipo misure)
2.1c. “Minty's trick” localizzato
2.2c. Applicazioni (PME/FDE di tipo Finsler)
2.3c. Stime dell’energia localizzate

3. Comportamento per tempi lunghi – problema di Cauchy-Dirichlet
3.1. Identità dell’energia, decadimento ottimale e stime di estinzione
3.2. Profili asintotici per le PME (equazioni dei mezzi porosi)
3.3. Profili asintotici per le FDE (equazioni di diffusione frazionaria)

(in alternativa)
3b. Comportamento per tempi lunghi – problema di Cauchy
3.1b. Stime di decadimento
3.2b. Profili asintotici

4. Convergenza ai profili asintotici – problema di Cauchy-Dirichlet
4.1. Convergenza e quasi-convergenza
4.2. Disuguaglianza di Lojasiewicz-Simon (dimostrazione facoltativa)
4.3. Convergenza ai profili asintotici
4.4. Convergenza delle soluzioni non negative e stime dell’errore

5. Stabilità dei profili asintotici – problema di Cauchy-Dirichlet
5.1. Stabilità dei profili asintotici per le PME
5.1.1. Equazioni ellittiche sublineari
5.1.2. Criteri di stabilità
5.2. Stabilità dei profili asintotici per le FDE
5.2.1. Equazioni ellittiche superlineari
5.2.2. Criteri di stabilità

6. Velocità di convergenza ai profili asintotici – problema di Cauchy-Dirichlet
6.1. Analisi linearizzata formale
6.2. Metodi non lineari di tipo entropia

	6.3. Metodi quantitativi di tipo energia (in alternativa) 6b. Velocità di convergenza ai profili asintotici – problema di Cauchy 6.1b. Analisi linearizzata formale 6.2b. Metodi non lineari di tipo entropia 6.3b. Soglie energetiche
Metodi didattici	Lezioni ed esercitazioni in aula. Disponibilità del docente a interagire e discutere con gli studenti, anche in videoconferenza
Testi di riferimento	Appunti e note del docente. Indicazioni di testi e articoli scientifici saranno fornite dal docente.
Modalità verifica apprendimento	Esame orale.
Altre informazioni	Il docente del corso è a disposizione degli studenti per fornire loro chiarimenti e spiegazioni, eventualmente anche in videoconferenza.
Obiettivi Agenda 2030 per lo sviluppo sostenibile	$lbl_legenda_sviluppo_sostenibile