



### MODELLI DIFFERENZIALI: METODI NUMERICI E APPLICAZIONI

|                              |   |
|------------------------------|---|
| <b>Anno immatricolazione</b> | 2020/2021   |
| <b>Anno offerta</b>          | 2020/2021   |
| <b>Normativa</b>             | DM270   |
| <b>Dipartimento</b>          | DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INDUSTRIALE E DELL'INFORMAZIONE  |
| <b>Corso di studio</b>       | BIOINGEGNERIA   |
| <b>Curriculum</b>            | Cellule, tessuti e dispositivi  |
| <b>Anno di corso</b>         | 1°  |
| <b>Periodo didattico</b>     | Primo Semestre (28/09/2020 - 22/01/2021)  |
| <b>Crediti</b>               | 9   |
| <b>Lingua insegnamento</b>   | Italiano  |
| <b>Prerequisiti</b>          | Calcolo differenziale e integrale per funzioni di più variabili, numeri complessi, calcolo vettoriale e matriciale. Programmazione in linguaggio MATLAB   |
| <b>Obiettivi formativi</b>   | <p>Sistemi dinamici: teoria e metodi numerici.</p> <p>Il modulo si propone di fornire allo studente le nozioni di base relative alle proprietà qualitative ed al comportamento asintotico delle soluzioni di sistemi di equazioni differenziali ordinarie. Si svilupperanno i principali metodi numerici per la simulazione di sistemi dinamici in modo che lo studente acquisisca le competenze necessarie per un loro utilizzo critico nella simulazione quantitativa di sistemi dinamici. Lo studente applicherà gli strumenti analitici e numerici all'analisi di alcuni tipici modelli relativi alla dinamica delle popolazioni, ai sistemi bistabili ed alla dinamica di oscillatori.</p> |
| <b>Programma e contenuti</b> | <p>SISTEMI DINAMICI: teoria e metodi numerici</p> <p>Richiamo di nozioni di base</p> <p>Spazi vettoriali, matrici, autovalori, equazioni differenziali lineari, calcolo differenziale, integrale e sviluppo di Taylor.</p> <p>Introduzione ai problemi differenziali</p> <p>Problemi ai valori iniziali (PVI), PVI in forma normale, problemi ai limiti e differenziali-algebrici. Riduzione di un PVI ad un sistema differenziale del primo ordine. Sistemi autonomi. Traiettorie, orbite. Risolubilità di un</p>  |

problema ai valori iniziali . Esistenza locale di un PVI e prolungamento massimale. Esempi. Unicità, esistenza globale e dipendenza continua dal dato iniziale. Dipendenza continua della soluzione dai parametri, sistema di sensitività . Formulazione integrale di un PVI.

Stabilità asintotica

Stabilità asintotica di una soluzione di un PVI. Stabilità di punti di equilibrio. Sistemi lineari. Stabilità di sistemi autonomi. Sistemi autonomi non lineari: stabilità per linearizzazione. Punti iperbolici. Funzioni di Liapunov e stabilità . Traiettorie periodiche e cicli limite. Sistemi autonomi di dimensione due: classificazione stabilità punti di equilibrio e struttura orbite.

Nozioni di base di analisi numerica

Interpolazione polinomiale, formule di quadratura, metodo delle approssimazioni successive e metodo di Newton

Metodi numerici per sistemi di equazioni differenziali ordinarie

Metodi ad un passo e metodi lineari Multistep: ordine, convergenza e stabilità . Metodi di Runge-Kutta basati su quadrature o sul metodo di collocazione. Costruzione metodi multistep di: Adams Bashforth , Moulton , Predictor-Corrector e Backwards Differentiation Formulae (BDF). Stima dell'errore locale di discretizzazione e strategia adattativa per il controllo del passo di integrazione.

Introduzione alla teoria della biforcazione relativa a punti di equilibrio ed a cicli limite

Analisi e simulazione di sistemi dinamici: modelli di tipo Lotka-Volterra , modelli bistabili di FitzHigh-Nagumo.

#### Metodi didattici

Lezioni frontali +

Esercitazioni con software MATLAB e xppaut

#### Testi di riferimento

F. Verhulst. Nonlinear differential equations and dynamical systems. Springer-Verlag, Heidelberg, 2006.

R. Mattheij, J. Molenaar. Ordinary differential equations in theory and practice. SIAM, Philadelphia, 2002.

A. Quarteroni, R. Sacco, F. Saleri. Matematica Numerica. Springer 3ra ed., 2008.

M. Crouzeix, A.L. Mignot.. Analyse Numeriques des Equations Differentielles. Masson, Paris 1984.

A.M. Stuart , A.R. Humphries. Dynamical Systems and Numerical Analysis. Cambridge University Press 1998.

#### Modalità verifica apprendimento

Esame scritto sugli argomenti del programma dettagliato. Orale facoltativo con discussione ed interpretazione dei risultati delle esercitazioni e delle simulazioni sviluppate in course.

#### L'insegnamento è suddiviso

504012 - METODI AGLI ELEMENTI FINITI E APPLICAZIONI

502886 - SISTEMI DINAMICI: TEORIA E METODI NUMERICI





# UNIVERSITÀ DI PAVIA

Anno Accademico 2020/2021

## METODI AGLI ELEMENTI FINITI E APPLICAZIONI

|                       |  |
|-----------------------|--|
| Anno immatricolazione | 2020/2021  |
| Anno offerta          | 2020/2021  |
| Normativa             | DM270  |
| SSD                   | MAT/08 (ANALISI NUMERICA)  |
| Dipartimento          | DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INDUSTRIALE E DELL'INFORMAZIONE   |
| Corso di studio       | BIOINGEGNERIA  |
| Curriculum            | Cellule, tessuti e dispositivi   |
| Anno di corso         | 1°   |
| Periodo didattico     | Primo Semestre (28/09/2020 - 22/01/2021)   |
| Crediti               | 3  |
| Ore                   | 24 ore di attività frontale  |
| Lingua insegnamento   | ITALIANO   |
| Tipo esame            | ORALE  |
| Docente               | SANGALLI GIANCARLO - 3 CFU   |
| Prerequisiti          | Calcolo differenziale e integrale per funzioni di più variabili, numeri complessi, calcolo vettoriale e matriciale. Programmazione in linguaggio MATLAB/Octave   |
| Obiettivi formativi   | L'obiettivo del corso è duplice: da una parte si fornirà agli studenti una conoscenza di base del Metodo degli Elementi Finiti e dei suoi fondamenti teorici; dall'altra lo studente acquisirà le competenze per l'implementazione in linguaggio MATLAB di un codice per la soluzione numerica di problemi ellittici in due dimensioni |
| Programma e contenuti | Richiami di analisi funzionale: Spazi di Sobolev e loro proprietà; Formulazione variazionale dei problemi ellittici (Poisson) Metodo di Ritz-Galerkin Mesh in una e più dimensioni - Alcuni esempi di elementi finiti - Proprietà di approssimazione - Stime di errore per problemi ellittici del                                      |

|  |   |
|--|---|
|  | <p>secondo ordine</p> <p>Implementazione in linguaggio MATLAB</p> <p>Implementazione del metodo degli elementi finiti per la soluzione del problema di Poisson bidimensionale: assemblaggio della matrice del sistema lineare, quadratura numerica, soluzione del sistema lineare. Raffinamento locale della mesh. Cenni sulla stima a posteriori dell'errore e sull'adattività`.</p> |
| <b>Metodi didattici</b>                                  | <p>Lezioni (ore/anno in aula): 20</p> <p>Esercitazioni (ore/anno in aula): 4</p> <p>Attività pratiche (ore/anno in aula): 0</p>   |
| <b>Testi di riferimento</b>                              | <p>Appunti del docente;</p> <p>Quarteroni A.. Modellistica numerica per problemi differenziali. Springer Verlag, 2009.</p> <p>Braess D.. Finite Elements. Theory, Fast Solvers, and Applications in Solid Mechanics.. Cambridge University Press..</p>  |
| <b>Modalità verifica apprendimento</b>                   | <p>Prova orale</p>  |
| <b>Altre informazioni</b>                                | <p>Informazioni aggiuntive su: <a href="http://www-dimat.unipv.it/sangalli">http://www-dimat.unipv.it/sangalli</a></p>  |
| <b>Obiettivi Agenda 2030 per lo sviluppo sostenibile</b> | <p><a href="#">\$lbl_legenda_sviluppo_sostenibile</a></p>   |



### SISTEMI DINAMICI: TEORIA E METODI NUMERICI

|                              |   |
|------------------------------|---|
| <b>Anno immatricolazione</b> | 2020/2021   |
| <b>Anno offerta</b>          | 2020/2021   |
| <b>Normativa</b>             | DM270   |
| <b>SSD</b>                   | MAT/08 (ANALISI NUMERICA)   |
| <b>Dipartimento</b>          | DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA INDUSTRIALE E DELL'INFORMAZIONE  |
| <b>Corso di studio</b>       | BIOINGEGNERIA   |
| <b>Curriculum</b>            | Cellule, tessuti e dispositivi  |
| <b>Anno di corso</b>         | 1°  |
| <b>Periodo didattico</b>     | Primo Semestre (28/09/2020 - 22/01/2021)  |
| <b>Crediti</b>               | 6   |
| <b>Ore</b>                   | 56 ore di attività frontale   |
| <b>Lingua insegnamento</b>   | ITALIANO  |
| <b>Tipo esame</b>            | SCRITTO   |
| <b>Docente</b>               | PAVARINO LUCA FRANCO (titolare) - 6 CFU   |
| <b>Prerequisiti</b>          | Calcolo differenziale e integrale per funzioni di più variabili, numeri complessi, calcolo vettoriale e matriciale. Programmazione in linguaggio MATLAB   |
| <b>Obiettivi formativi</b>   | <p>L'insegnamento si compone di due moduli: Sistemi dinamici: teoria e metodi numerici ( 6 crediti) e Metodi agli elementi finiti e applicazioni (3 crediti).</p> <p>Sistemi dinamici: teoria e metodi numerici.</p> <p>Il modulo si propone di fornire allo studente le nozioni di base relative alle proprietà qualitative ed al comportamento asintotico delle soluzioni di sistemi di equazioni differenziali ordinarie. Si svilupperanno i principali metodi numerici per la simulazione di sistemi dinamici in modo che lo studente acquisisca le competenze necessarie per un loro utilizzo critico nella simulazione quantitativa di sistemi dinamici. Lo studente applicherà gli strumenti analitici e numerici all'analisi di alcuni tipici</p> |

modelli relativi alla dinamica delle popolazioni, ai sistemi bistabili ed alla dinamica di oscillatori.

#### Programma e contenuti

**SISTEMI DINAMICI:** teoria e metodi numerici.

- Richiami su spazi vettoriali, matrici, autovalori, equazioni differenziali lineari, calcolo differenziale, integrale e sviluppo di Taylor.
- Introduzione ai problemi differenziali. Problemi ai valori iniziali (PVI), PVI in forma normale, problemi ai limiti e differenziali-algebrici. Riduzione di un PVI ad un sistema differenziale del primo ordine. Sistemi autonomi. Traiettorie, orbite.
- Risolubilità di un problema ai valori iniziali. Esistenza locale di un PVI e prolungamento massimale. Esempi. Unicità, esistenza globale e dipendenza continua dal dato iniziale. Dipendenza continua della soluzione dai parametri, sistema di sensitività. Formulazione integrale di un PVI.
- Stabilità asintotica di una soluzione di un PVI. Stabilità di punti di equilibrio. Sistemi lineari. Stabilità di sistemi autonomi. Sistemi autonomi non lineari: stabilità per linearizzazione. Punti iperbolici. Funzioni di Liapunov e stabilità. Traiettorie periodiche e cicli limite. Sistemi autonomi di dimensione due: classificazione stabilità punti di equilibrio e struttura orbite.
- Complementi di analisi numerica per problemi differenziali. Interpolazione polinomiale, formule di quadratura, metodo delle approssimazioni successive e metodo di Newton.
- Metodi numerici per sistemi di equazioni differenziali ordinarie.
- Metodi ad un passo e metodi lineari Multistep: ordine, convergenza e stabilità.
- Metodi di Runge-Kutta basati su quadrature o sul metodo di collocazione.
- Metodi multistep di: Adams Bashforth, Moulton, Predictor-Corrector e Backwards Differentiation Formulae (BDF).
- Stima dell'errore locale di discretizzazione e strategia adattativa per il controllo del passo di integrazione.
- Introduzione alla teoria della biforcazione relativa a punti di equilibrio ed a cicli limite.
- Analisi e simulazione di sistemi dinamici, modelli di tipo Lotka-Volterra ed estensioni.

#### Metodi didattici

Lezioni frontali +  
Esercitazioni con software MATLAB e xppaut

#### Testi di riferimento

F. Verhulst. Nonlinear differential equations and dynamical systems. Springer-Verlag, Heidelberg, 2006.

R. Mattheij, J. Molenaar.  
Ordinary differential equations in theory and practice. SIAM, Philadelphia, 2002.

A. Quarteroni, R. Sacco, F. Saleri. Matematica Numerica. Springer 3ra ed., 2008.

A.M. Stuart, A.R. Humphries. Dynamical Systems and Numerical Analysis. Cambridge University Press 1998.

**Modalità verifica  
apprendimento**

Modulo di Sistemi Dinamici.  
Esame scritto sugli argomenti del programma dettagliato. Orale facoltativo con discussione ed interpretazione dei risultati delle esercitazioni e delle simulazioni sviluppate in course.

**Altre informazioni**

**Obiettivi Agenda 2030 per lo  
sviluppo sostenibile**

[\\$lbl\\_legenda\\_sviluppo\\_sostenibile](#)