



## Anno Accademico 2019/2020

ANALISI MATEMATICA 4	
Anno immatricolazione	2017/2018
Anno offerta	2019/2020
Normativa	DM270
SSD	MAT/05 (ANALISI MATEMATICA)
Dipartimento	DIPARTIMENTO DI MATEMATICA 'FELICE CASORATI'
Corso di studio	MATEMATICA
Curriculum	PERCORSO COMUNE
Anno di corso	3°
Periodo didattico	Primo Semestre (30/09/2019 - 10/01/2020)
Crediti	9
Ore	84 ore di attività frontale
Lingua insegnamento	Italiano
Tipo esame	SCRITTO E ORALE CONGIUNTI
Docente	COLLI PIERLUIGI (titolare) - 6 CFU SEGATTI ANTONIO GIOVANNI - 3 CFU
Prerequisiti	Si presuppongono note le nozioni fondamentali dei corsi di Analisi Matematica 1 e 2 e del corso di Algebra Lineare.
Obiettivi formativi	Il corso, diviso in due parti, si propone di fornire un'esposizione sistematica della teoria astratta della misura, con complementi sul teorema fondamentale del calcolo integrale, e di presentare le definizioni e i primi risultati sugli spazi normati, di Banach e in particolare di Hilbert, discutendo anche di proiezioni e serie di Fourier astratte. La teoria e' accompagnata da esempi ed esercizi.
Programma e contenuti	<p>Teoria della misura. Misura di Lebesgue, sigma-algebre, misure, funzioni misurabili, integrale di Lebesgue, teoremi di passaggio al limite sotto integrale, convergenza quasi-ovunque, quasi-uniforme, in misura, rapporto tra le convergenze.</p> <p>Misure prodotto, teoremi di Tonelli e di Fubini. Misure reali, decomposizione di Hahn, misure assolutamente continue, teorema di Radon-Nikodym, funzioni a variazione limitata, funzioni assolutamente continue e teorema fondamentale del calcolo.</p>

Spazi normati e di Banach: basi della teoria. Sottospazi. Operatori lineari e continui. Spazio duale. Numerosi esempi. Spazi  $L^p$  con le loro proprietà: disuguaglianze di Young, Hölder, Minkowski. Completezza.

Spazi di Hilbert, teoremi di Riesz e delle proiezioni. Serie di Fourier astratte: teoremi di decomposizione, sistemi ortonormali completi, problematica e teorema di Fisher-Riesz. Serie di Fourier in  $L^2_T$  e completezza del sistema  $\exp(ikt)$ .

Programma esteso

Teoria della misura: sigma-algebra, misure, funzioni misurabili, misure esterne e costruzione di Caratheodory, misura di Lebesgue, misura di Hausdorff, integrale, teorema di Beppo Levi, lemma di Fatou, teorema della convergenza dominata, convergenza quasi-ovunque, quasi-uniforme, in misura, rapporto tra le convergenze, teorema di Severini-Egoroff, disuguaglianza di Chebychev, misure prodotto, teoremi di Tonelli e di Fubini, misure reali, decomposizione di Hahn, misure assolutamente continue, teorema di Radon-Nikodym, derivata di Radon-Nikodym, funzioni assolutamente continue, funzioni a variazione limitata, teorema fondamentale del calcolo.

Spazi normati e di Banach: basi della teoria. Sottospazi. Operatori lineari e continui. Spazio duale. Numerosi esempi. Spazi  $L^p$  con le loro proprietà: disuguaglianze di Young, Hoelder, Minkowski. Completezza.

Spazi di Hilbert, teoremi di Riesz e delle proiezioni. Serie di Fourier astratte: teoremi di decomposizione, sistemi ortonormali completi, problematica e teorema di Fisher-Riesz. Serie di Fourier in  $L^2_T$  e completezza del sistema  $\exp(ikt)$ . Convoluzioni con polinomi trigonometrici e nucleo di Fejer.

#### Metodi didattici

Lezioni ed esercitazioni in aula, per la gran parte svolte alla lavagna. Disponibilita' a discutere con gli studenti nell'ambito delle ore di ricevimento.

#### Testi di riferimento

G. Gilardi: Analisi Matematica di Base, McGraw-Hill  
G. Gilardi: Analisi 3, McGraw-Hill  
H. Brezis: Analisi Funzionale, Liguori  
Si veda anche il materiale didattico reperibile sulla pagina web del corso.

#### Modalità verifica apprendimento

L'esame consiste in una prova scritta di non piu' di 2 ore (durante la quale non e' consentito l'uso di appunti, testi, minicalcolatori, ...) piu' una prova orale. L'esito della prova scritta non e' vincolante per la partecipazione alla prova orale e la buona riuscita dell'esame, ma ovviamente costituisce un importante elemento di giudizio per la valutazione finale.

#### Altre informazioni

I docenti sono a disposizione degli studenti per fornire loro indicazioni e suggerimenti per la scelta di testi e materiale didattico, oltre a proposte di esercizi, prove d'esame e materiale teorico di supporto.

#### Obiettivi Agenda 2030 per lo

