



# UNIVERSITÀ DI PAVIA

Anno Accademico 2020/2021

## ANALISI FUNZIONALE

|                       |  |
|-----------------------|--|
| Anno immatricolazione | 2020/2021  |
| Anno offerta          | 2020/2021  |
| Normativa             | DM270  |
| SSD                   |  |
| Dipartimento          | DIPARTIMENTO DI MATEMATICA 'FELICE CASORATI'   |
| Corso di studio       | MATEMATICA   |
| Curriculum            | PERCORSO COMUNE  |
| Anno di corso         | 1°   |
| Periodo didattico     | Primo Semestre (01/10/2020 - 20/01/2021)   |
| Crediti               | 9  |
| Ore                   | 78 ore di attività frontale  |
| Lingua insegnamento   | Italiano   |
| Tipo esame            | SCRITTO E ORALE CONGIUNTI  |
| Docente               | MORA MARIA GIOVANNA (titolare) - 9 CFU   |
| Prerequisiti          | È necessaria una buona padronanza del calcolo differenziale, della teoria della misura e dell'integrazione secondo Lebesgue, oltre a nozioni di base di algebra lineare e di topologia.  |
| Obiettivi formativi   | Al termine del corso lo studente avrà acquisito conoscenze e competenze nell'ambito dell'Analisi Funzionale astratta. Attraverso gli esercizi svolti in aula lo studente imparerà ad applicare le conoscenze teoriche acquisite nel corso alla risoluzione di problemi espliciti. Inoltre, sarà in grado di formulare e studiare autonomamente problemi dell'Analisi Matematica in spazi di dimensione infinita. |
| Programma e contenuti | <p>Richiami su norme e prodotti scalari. Spazi normati. Operatori lineari e continui. Duale topologico.</p> <p>Spazi di Banach. Il teorema di Hahn-Banach: forme analitiche e forme geometriche, e loro conseguenze. Lemma di Baire. Teorema di</p>  |

Banach-Steinhaus. Teorema dell'applicazione aperta, teorema del grafico chiuso e loro conseguenze.

Topologia debole\*, topologia debole e loro proprietà. Teorema di Banach-Alaoglu. Spazi riflessivi. Spazi separabili.

Spazi  $L^p$ . Riflessività e separabilità in  $L^p$ . Teorema di rappresentazione di Riesz. Approssimazione per convoluzione. Teorema di Ascoli-Arzelà. Teorema di Fréchet-Kolmogorov.

Spazi di Hilbert. Proiezione su un convesso chiuso. Teorema di Riesz di rappresentazione del duale. Teorema di Lax-Milgram. Sistemi ortonormali completi.

Operatori compatti. Operatore aggiunto di un operatore limitato. Teorema dell'alternativa di Fredholm. Spettro di un operatore compatto. Decomposizione spettrale di un operatore compatto e autoaggiunto. Operatori di tipo integrale. Applicazione al problema di Sturm-Liouville.

#### Metodi didattici

Lezioni frontali ed esercitazioni. Gli esercizi verranno assegnati agli studenti con qualche giorno d'anticipo e poi discussi in aula. Le dispense del corso saranno fornite sulla piattaforma KIRO.

#### Testi di riferimento

H. Brézis: Functional analysis, Sobolev spaces and partial differential equations. Springer, 2011.

G. Gilardi: Analisi Funzionale. Mc Graw Hill, 2014.

#### Modalità verifica apprendimento

L'esame è costituito da una prova scritta e da una prova orale. La prova scritta prevede la risoluzione di alcuni esercizi e la risposta a domande di teoria (tipicamente enunciato e dimostrazione di un teorema), e ha una durata di 3 ore. Si può affrontare la prova orale solo se si è ottenuto un punteggio di almeno 15/30 nella prova scritta. Gli esiti della prova scritta stanno comunicati per email. La prova orale consiste in alcune domande su risultati, dimostrazioni, esempi visti durante il corso.

#### Altre informazioni

#### Obiettivi Agenda 2030 per lo sviluppo sostenibile

[\\$Ibl\\_legenda\\_sviluppo\\_sostenibile](#)