



UNIVERSITÀ DI PAVIA

Anno Accademico 2018/2019

FENOMENI DI DIFFUSIONE E TRASPORTO

Anno immatricolazione	2018/2019
Anno offerta	2018/2019
Normativa	DM270
SSD	
Dipartimento	DIPARTIMENTO DI MATEMATICA 'FELICE CASORATI'
Corso di studio	MATEMATICA
Curriculum	PERCORSO COMUNE
Anno di corso	1°
Periodo didattico	Secondo Semestre (04/03/2019 - 14/06/2019)
Crediti	9
Ore	72 ore di attività frontale
Lingua insegnamento	Italiano
Tipo esame	SCRITTO E ORALE CONGIUNTI
Docente	BISI FULVIO (titolare) - 6 CFU SALVARANI FRANCESCO - 3 CFU
Prerequisiti	Nozioni di base di analisi matematica, algebra lineare, meccanica e analisi funzionale.
Obiettivi formativi	Il corso fornisce uno studio matematico introduttivo di alcune notevoli equazioni alle derivate parziali di tipo evolutivo che descrivono fenomeni di trasporto e diffusione. Si evidenzieranno i legami tra le proprietà fisiche dei sistemi e le proprietà matematiche dei modelli corrispondenti, in particolare l'equazione di Boltzmann e il modello di materia soffice (continui).
Programma e contenuti	Introduzione alla modellizzazione cinetica di fenomeni di trasporto. Studio matematico e numerico di equazioni di trasporto lineare. Introduzione alla meccanica dei continui e alla modellizzazione di fenomeni di diffusione.

Programma esteso

a) Equazioni di trasporto

Origine delle equazioni di trasporto e diffusione: il random walk, equazione del calore ed equazione del trasporto libero.

Il formalismo della teoria cinetica. Scaling di trasporto e di diffusione.

Passaggio formale dal trasporto alla diffusione.

Fenomeni modellizzati con equazioni di trasporto. Cenni alle equazioni di Vlasov-Poisson ed alle equazioni di Vlasov-Maxwell.

L'equazione lineare del trasporto libero: il problema di Cauchy. Il metodo delle caratteristiche, stime.

Il problema ai limiti per l'equazione lineare del trasporto libero. Bordo entrante, uscente e caratteristico. Tempo di uscita retrogrado, regolarità.

Principio del massimo per l'equazione del trasporto.

Equazione stazionaria del trasporto: teorema di esistenza ed unicità, principio del massimo.

Il problema di Cauchy per l'equazione di Boltzmann lineare. Esistenza ed unicità, stime e positività della soluzione.

Il problema ai limiti per l'equazione di Boltzmann lineare: condizioni di riflessione speculare, di riflessione diffusa e di accomodamento. Il lemma di Darrozes-Guiraud. Esistenza ed unicità della soluzione.

Il limite asintotico in tempo per l'equazione di Boltzmann lineare.

Il limite di diffusione per l'equazione di Boltzmann lineare. Scaling diffusivo e sviluppo di Hilbert.

Metodi alle differenze finite per equazioni di trasporto: schemi di Lax-Friedrichs ed upwind. Il metodo diamante.

b) Equazioni di diffusione

Introduzione alla meccanica dei continui. Formulazione lagrangiana ed euleriana. Deformazione e movimento. Equazioni di bilancio.

Grandezze termodinamiche ed equazioni costitutive.

Materiali classici: fluidi perfetti, incompressibili, barotropici; fluidi perfetti ed equazioni di Eulero; fluidi newtoniani ed equazioni di Navier Stokes.

Unicità e stabilità per soluzioni di un problema di flusso viscoso.

Equazione del calore come paradigma della diffusione. Condizioni al bordo di Dirichlet, di Neumann, di Robin, miste. Unicità della soluzione con il metodo dell'energia. Principio del massimo minimo) debole e forte; corollari. Riscaldamento parabolico. Soluzione fondamentale. Uso della soluzione fondamentale per il problema di Cauchy omogeneo e per il problema non omogeneo.

Equazione dei mezzi porosi (equazione non lineare del calore) (EMP) standard. Propagazione a velocità finita: soluzioni stazionarie, a variabili separabili, di tipo onde, soluzione fondamentale di Barenblatt. Fluido incompressibile in mezzo poroso. Flusso di Stefan e diffusione alla Stefan-Maxwell; applicazioni.

Metodi didattici

Lezioni frontali (24+48 ore totali)

Testi di riferimento

L.C. Evans: "Partial Differential Equations", American Mathematical

Society, Providence (RI), 1998.

R.T. Glassey: "The Cauchy problem in kinetic theory", Society for Industrial and Applied Mathematics (SIAM), Philadelphia, PA, 1996.

C. Villani: "A review of mathematical topics in collisional kinetic theory". Handbook of mathematical fluid dynamics, Vol. I, 71-305, North-Holland, Amsterdam, 2002.

M.E. Gurtin: "An Introduction to Continuum Mechanics", Academic Press (NY), 1981.

S. Salsa: "Partial Differential Equations in Action: From Modelling to Theory", Springer (Milan), 2009.

J. L. Vazquez: "The porous medium equation : mathematical theory" (XXII - Oxford mathematical monographs) Clarendon Press (Oxford), 2007.

Appunti dei docenti.

**Modalità verifica
apprendimento**

Prova scritta, consistente in una dissertazione su alcuni degli argomenti trattati: definizioni, modelli, teoremi con dimostrazione, applicazioni. Per la valutazione finale può essere aggiunta una prova orale in cui si possono chiedere chiarimenti sui medesimi argomenti dello scritto, o la trattazione di argomenti aggiuntivi.

Altre informazioni

Prova scritta, consistente in una dissertazione su alcuni degli argomenti trattati: definizioni, modelli, teoremi con dimostrazione, applicazioni. Per la valutazione finale può essere aggiunta una prova orale in cui si possono chiedere chiarimenti sui medesimi argomenti dello scritto, o la trattazione di argomenti aggiuntivi.

**Obiettivi Agenda 2030 per lo
sviluppo sostenibile**

[\\$Ibl legenda sviluppo sostenibile](#)