



# UNIVERSITÀ DI PAVIA

Anno Accademico 2020/2021

## ANALISI MATEMATICA 4

<b>Anno immatricolazione</b>	2018/2019
<b>Anno offerta</b>	2020/2021
<b>Normativa</b>	DM270
<b>SSD</b>	MAT/05 (ANALISI MATEMATICA)
<b>Dipartimento</b>	DIPARTIMENTO DI MATEMATICA 'FELICE CASORATI'
<b>Corso di studio</b>	MATEMATICA
<b>Curriculum</b>	PERCORSO COMUNE
<b>Anno di corso</b>	3°
<b>Periodo didattico</b>	Primo Semestre (01/10/2020 - 20/01/2021)
<b>Crediti</b>	9
<b>Ore</b>	78 ore di attività frontale
<b>Lingua insegnamento</b>	Italiano
<b>Tipo esame</b>	SCRITTO E ORALE CONGIUNTI
<b>Docente</b>	COLLI PIERLUIGI (titolare) - 9 CFU
<b>Prerequisiti</b>	Si presuppongono note le nozioni fondamentali dei corsi di Analisi Matematica 1 e 2 e del corso di Algebra Lineare.
<b>Obiettivi formativi</b>	Il corso, diviso in due parti, si propone di fornire un'esposizione sistematica della teoria astratta della misura, con complementi sul teorema fondamentale del calcolo integrale, e di presentare le definizioni e i primi risultati sugli spazi normati, di Banach e in particolare di Hilbert, discutendo anche di proiezioni e serie di Fourier astratte. La teoria e' accompagnata da esempi ed esercizi.
<b>Programma e contenuti</b>	<p>Teoria della misura. Misura di Lebesgue, sigma-algebre, misure, funzioni misurabili, integrale di Lebesgue, teoremi di passaggio al limite sotto integrale, convergenza quasi-ovunque, quasi-uniforme, in misura, rapporto tra le convergenze.</p> <p>Misure prodotto, teoremi di Tonelli e di Fubini. Misure reali,</p>

decomposizione di Hahn, misure assolutamente continue, teorema di Radon-Nikodym, funzioni a variazione limitata, funzioni assolutamente continue e teorema fondamentale del calcolo.

Spazi normati e di Banach: basi della teoria. Sottospazi. Operatori lineari e continui. Spazio duale. Numerosi esempi. Spazi  $L^p$  con le loro proprietà: disuguaglianze di Young, Hölder, Minkowski. Completezza.

Spazi di Hilbert, teoremi di Riesz e delle proiezioni. Serie di Fourier astratte: teoremi di decomposizione, sistemi ortonormali completi, problematica e teorema di Fisher-Riesz. Serie di Fourier in  $L^2_T$  e completezza del sistema  $\exp(ikt)$ .

#### Programma esteso

Teoria della misura: sigma-algebra, misure, funzioni misurabili, misure esterne e costruzione di Caratheodory, misura di Lebesgue, misura di Hausdorff, integrale, teorema di Beppo Levi, lemma di Fatou, teorema della convergenza dominata, convergenza quasi-ovunque, quasi-uniforme, in misura, rapporto tra le convergenze, teorema di Severini-Egoroff, disuguaglianza di Chebychev, misure prodotto, teoremi di Tonelli e di Fubini, misure reali, decomposizione di Hahn, misure assolutamente continue, teorema di Radon-Nikodym, derivata di Radon-Nikodym, funzioni assolutamente continue, funzioni a variazione limitata, teorema fondamentale del calcolo.

Spazi normati e di Banach: basi della teoria. Sottospazi. Operatori lineari e continui. Spazio duale. Numerosi esempi. Spazi  $L^p$  con le loro proprietà: disuguaglianze di Young, Hoelder, Minkowski. Completezza.

Spazi di Hilbert, teoremi di Riesz e delle proiezioni. Serie di Fourier astratte: teoremi di decomposizione, sistemi ortonormali completi, problematica e teorema di Fisher-Riesz. Serie di Fourier in  $L^2_T$  e completezza del sistema  $\exp(ikt)$ . Convoluzioni con polinomi trigonometrici e nucleo di Fejer.

#### Metodi didattici

Lezioni ed esercitazioni in aula, per la gran parte svolte alla lavagna. Disponibilita' a discutere con gli studenti nell'ambito delle ore di ricevimento.

#### Testi di riferimento

G. Gilardi: Analisi Matematica di Base, McGraw-Hill  
G. Gilardi: Analisi 3, McGraw-Hill  
H. Brezis: Analisi Funzionale, Liguori  
Si veda anche il materiale didattico reperibile sulla pagina web del corso.

#### Modalità verifica apprendimento

L'esame consiste in una prova scritta di non piu' di 2 ore (durante la quale non e' consentito l'uso di appunti, testi, minicalcolatori, ...) piu' una prova orale. L'esito della prova scritta non e' vincolante per la partecipazione alla prova orale e la buona riuscita dell'esame, ma ovviamente costituisce un importante elemento di giudizio per la valutazione finale.

#### Altre informazioni

I docenti sono a disposizione degli studenti per fornire loro indicazioni e

**Obiettivi Agenda 2030 per lo  
sviluppo sostenibile**

suggerimenti per la scelta di testi e materiale didattico, oltre a proposte di esercizi, prove d'esame e materiale teorico di supporto.

[\\$Ibl legenda sviluppo sostenibile](#)