



# UNIVERSITÀ DI PAVIA

Anno Accademico 2022/2023

## COMPLEMENTI DI MATEMATICA

Anno immatricolazione	2022/2023
Anno offerta	2022/2023
Normativa	DM270
SSD	MAT/08 (ANALISI NUMERICA)
Dipartimento	DIPARTIMENTO DI INGEGNERIA CIVILE E ARCHITETTURA
Corso di studio	INGEGNERIA PER L'AMBIENTE E IL TERRITORIO
Curriculum	Energie rinnovabili
Anno di corso	1°
Periodo didattico	Primo Semestre (03/10/2022 - 20/01/2023)
Crediti	6
Ore	46 ore di attività frontale
Lingua insegnamento	Italiano
Tipo esame	SCRITTO E ORALE CONGIUNTI
Docente	GARDINI FRANCESCA (titolare) - 3 CFU MOIOLA ANDREA - 3 CFU
Prerequisiti	Nozioni di base del Calcolo Differenziale ed Integrale per funzioni di una e più variabili reali. Nozioni di base di Algebra Lineare. Nozioni di base di Calcolo Numerico.
Obiettivi formativi	Fornire agli Studenti alcuni strumenti di base per lo studio analitico e numerico di equazioni alle derivate parziali di interesse applicativo.
Programma e contenuti	<p>Il corso si compone di due parti strettamente correlate. La prima parte consiste nello studio teorico di alcuni modelli di equazioni alle derivate parziali di interesse applicativo. La seconda parte è dedicata alla soluzione numerica dei problemi visti nella prima parte del corso. Saranno sviluppate alcune fra le seguenti tematiche.</p> <p>GENERALITA' SULLE EQUAZIONI ALLE DERIVATE PARZIALI: definizione di equazione alle derivate parziali di ordine <math>m</math>, equazioni</p>

lineari, semi-lineari e quasi-lineari.

#### EQUAZIONI ALLE DERIVATE PARZIALI DEL PRIMO ORDINE:

caso lineare e a coefficienti costanti; problema di Cauchy per l'equazione del trasporto. Risoluzione del caso omogeneo col metodo delle caratteristiche; stabilità. Caso non omogeneo. Cenni sul caso di trasporto non costante: onda di rarefazione, shock. Equazione del trasporto in un intervallo.

#### EQUAZIONI ALLE DERIVATE PARZIALI DEL SECONDO ORDINE: equazioni lineari a coefficienti costanti; classificazione.

- Risoluzione del caso iperbolico: equazione della corda vibrante e soluzione di d'Alembert. Stabilità, dominio di dipendenza, dominio di influenza, soluzione fondamentale. Caso bidimensionale su un quadrato: risoluzione per separazione di variabili.

- Spazi funzionali Hilbertiani in una e due dimensioni e relative norme. Disuguaglianza di Cauchy-Schwarz. Disuguaglianza di Poincaré in una dimensione.

- Problemi ellittici e loro formulazione variazionale: Lemma di Lax-Milgram; equivalenza col problema di minimo dell'energia.

- Problemi parabolici: equazione del calore, unicità della soluzione e formulazione variazionale.

#### INTRODUZIONE AL METODO DELLE DIFFERENZE FINITE E AL METODO DEGLI ELEMENTI FINITI PER PROBLEMI ELLITTICI:

il caso monodimensionale per un problema ellittico. Estensione al caso multidimensionale, problema di Poisson. Approssimazione mediante il metodo agli elementi finiti lineari a tratti e continui, stima dell'errore di interpolazione e di approssimazione. Problemi di diffusione-trasporto a trasporto dominante in 1D. Cenni sul metodo della diffusione artificiale e della streamline diffusion nel caso bidimensionale.

#### DISCRETIZZAZIONE DI PROBLEMI PARABOLICI:

approssimazione mediante elementi finiti in spazio e theta-metodo in tempo. Cenni al caso di due dimensioni spaziali.

#### DISCRETIZZAZIONE DI PROBLEMI IPERBOLICI:

Semidiscretizzazione spaziale con elementi finiti continui o discontinui. Stabilizzazione con diffusione artificiale. Elementi finiti spazio-temporali. Cenni sui problemi iperbolici non lineari.

#### Metodi didattici

Lezioni frontali e soluzione guidata di problemi in aula, con l'uso della lavagna e di slides.

#### Testi di riferimento

Dispense fornite dal docente.

S. Salsa. Equazioni a derivate parziali: Metodi, Modelli e Applicazioni. Springer Universitext, 2010.

	<p>A. Quarteroni. Modellistica numerica per problemi differenziali. Springer Italia, quinta edizione, 2012.</p>
<b>Modalità verifica apprendimento</b>	<p>L'esame prevede una prova scritta della durata di 1 ora, consistente nello sviluppo di due domande riguardanti il programma del corso. La prova scritta si intende superata se la votazione è maggiore o uguale di 18/30.</p> <p>Per migliorare il voto ottenuto nella prova scritta, è necessario sostenere una prova orale. Resta inteso che qualunque esito è possibile nel momento in cui lo studente decida di presentarsi anche alla prova orale.</p>
<b>Altre informazioni</b>	<p>Altre informazioni sono consultabili sulle pagine web dei docenti: <a href="https://euler.unipv.it/moiola/">https://euler.unipv.it/moiola/</a> <a href="https://mate.unipv.it/gardini/">https://mate.unipv.it/gardini/</a></p>
<b>Obiettivi Agenda 2030 per lo sviluppo sostenibile</b>	<p><a href="#">\$Ibl legenda sviluppo sostenibile</a></p>